

MATEMATYKA

IV etap edukacyjny

Cele kształcenia – wymagania ogólne

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	
Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.	Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.
III. Modelowanie matematyczne.	

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.
IV. Użycie i tworzenie strategii.	
Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.
V. Rozumowanie i argumentacja.	
Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:	
<p>1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);</p> <p>2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);</p> <p>3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;</p> <p>4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;</p> <p>5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);</p> <p>6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;</p> <p>7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;</p> <p>8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;</p> <p>9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a \geq b$.</p> <p>2) stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.</p>
2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:	

zastosowania potęg w innych naukach

Błędy przybliżeń

<p>1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$; 2) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$; 3) rozkłada wielomiany na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias; 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych; 6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.
---	---

3. Równania i nierówności. Uczeń:

<p>1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</p> <p>2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</p> <p>3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</p> <p>4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;</p> <p>5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;</p> <p>6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 - 8$;</p> <p>7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;</p> <p>8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np.</p> $\frac{x+1}{x+3} = 2, \frac{x+1}{x} = 2x.$	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) stosuje wzory Viète'a; 2) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; 3) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych; 4) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$; 5) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych; 6) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych; 7) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe; 8) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} > 2, \frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x}$ $\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}$; 9) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $x + 1 - 2 = 3, x + 3 + x - 5 > 12.$
--	---

Równania $x^n=a$

Równania wiel. do kwadratowych

4. Funkcje. Uczeń:



- 1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- 2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- 3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- 4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- 5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);

~~11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;~~

12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);

~~13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;~~

14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;

15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = |f(x)|$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$;

~~2) szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;~~

~~3) posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;~~

4) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.

Min. Max. f. kwadratowej w przedziale $\langle a, b \rangle$

Funkcje: a/x oraz a^x

zastosowania tych funkcji

Funkcje logarytmiczne

5. Ciągi. Uczeń:	
1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 3) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; 2) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów; 3) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.
6. Trygonometria. Uczeń:	
1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ; 2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); 3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną); 4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{oraz}$ $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha;$ 5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie; 2) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; 4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\operatorname{tg} x > a$); 5) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów; 6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$.
7. Planimetria. Uczeń:	
1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym; 2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych; 3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów; 4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu; 2) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;

Ciągi rekurencyjne

Przybliżanie wartości funkcji w trygonometrii

<p>trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.</p>	<p>3) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</p> <p>4) rozpoznaje figury podobne i jednokładne wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;</p> <p>5) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.</p>	<p>Jednokładność</p>
<p>8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:</p>		
<p>1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);</p> <p>2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;</p> <p>3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;</p> <p>4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;</p> <p>5) wyznacza współrzędne środka odcinka;</p> <p>6) oblicza odległość dwóch punktów;</p> <p>7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;</p> <p>2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;</p> <p>3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</p> <p>4) oblicza odległość punktu od prostej;</p> <p>5) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</p> <p>6) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;</p> <p>7) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach;</p> <p>8) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.</p>	<p>Ogólne równania prostych i ich własności</p>
<p>9. Stereometria. Uczeń:</p>		
<p>Kąty w ostrosłupach</p> <p>1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;</p> <p>2) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</p> <p>Bryły obrotowe</p> <p>3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfer płaszczyzną;</p> <p>2) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną.</p>	<p>Przekroje sfer i ostrosłupów</p>

Kąt między ścianami w ostr. i gran. przekroje prostopadł ościu

<p>a podstawą), oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;</p> <p>5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną,</p> <p>6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.</p>	
--	--

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:

Statystyka

<p>1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;</p> <p>2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;</p> <p>3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none">1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;2) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe;3) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.
--	---

11. Rachunek różniczkowy. Uczeń:

	<ol style="list-style-type: none">1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;2) oblicza pochodne funkcji wymiernych;3) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.
--	--